

否定的邻域语义分析

王轶¹ 许涤非²

(1. 北京大学哲学系, 北京, 100871; 2. 中国人民大学哲学系, 北京, 100872)

摘要: 本文使用普遍适用的邻域语义学对否定进行分析。首先找出否定的刻画条件——反单调性, 然后在该条件的基础上探讨其它的性质(如单纯性、证据对立、强弱否定性质等), 从而得以审视逆否律、德摩根律、双重否定律、排中律、矛盾律等与否定有关的一系列逻辑定律, 以及由此产生的各种不同的否定。这一过程加深了我们对否定联结词的理解与把握。

关键词: 否定 邻域语义 反单调性 单纯性 证据对立 强否定 弱否定

否定是逻辑的基本概念之一, 大多数的逻辑都将否定作为初始概念。然而不同逻辑中的否定却可以有不同的定义, 比如经典逻辑、直觉主义逻辑、相干逻辑、弗协调逻辑等对否定的理解就不尽相同, 而模态逻辑中的模态词“ $\neg\Box$ ”和“ $\neg\Diamond$ ”等也可以看作某种意义上的否定联结词。我们说这些否定不同, 是因为否定联结词在这些逻辑中具有不同的性质; 我们又给它们都冠以“否定”之名, 这是因为它们都具备成为否定的某种特性。

对于否定的分析, 一般可以分为语法和语义两种途径。语法途径关注否定联结词在逻辑系统中的性质, 语义途径则侧重于其意义。本文试图从语义入手来探讨否定的语法性质, 这就需要我们有一个适当的语义学, 能够为在不同逻辑中出现的某个算子给出统一而直接的解释。邻域语义学很好地满足了这一要求^[1]。在邻域语义学中, 每个算子在任一可能世界上都有一个命题序列的集合, 以表征该算子。例如, 否定联结词一般是一个一元算子, 于是在可能世界 x 上就对应一个命题集 $N(x)$ 。而“命题 A 在 x 上被否定”则可以表示为“ $A \in N(x)$ ”。

1 邻域语义学

首先给出形式语言 \mathcal{L} 。本文将命题联结词一并视为命题算子。

定义 1.1 形式语言 \mathcal{L} 令 \mathbf{P} 表示命题变项集, \mathbf{C} 表示命题常项集, \mathbf{F} 表示命题算子集。则形式语言 \mathcal{L} 由如下规则给出:

$$\varphi ::= p \mid c \mid f^n \varphi_1 \cdots \varphi_n$$

其中 $p \in \mathbf{P}$, $c \in \mathbf{C}$, $f^n \in \mathbf{F}$ 为一 n 元算子。 □

邻域语义学的主要思想是:

一、内涵是可能世界集到外延集的函数。

* 本文得到教育部文科基地重大项目《20 世纪西方逻辑哲学和数学哲学》(项目编号: 05JJD720190) 的资助。

我们将外延集视为真与假的集合，以 $\{0,1\}$ 表示。令 W 为非空的可能世界集，则函数 $f: W \rightarrow \{0,1\}$ 就被视为内涵。每个 f 都确定了 W 的一个子集：

$$S = \{w \in W : f(w)=1\}。$$

另一方面，对 W 的任意子集 S ，可以定义函数 $f: W \rightarrow \{0,1\}$ ，

$$f(w) = \begin{cases} 1 & w \in S, \\ 0 & w \notin S. \end{cases}$$

基于这种一一对应的关系，我们不妨将内涵视为 W 的子集。一个命题的内涵就是使其为真的可能世界集。

二、将公式解释为内涵。于是任一公式都解释为使其为真的可能世界集。

1. 将命题变项和命题常项解释为内涵；
2. 将命题算子解释为内涵算子，于是公式就是其子公式的函项（组合原则）。

因为内涵被视为 W 的子集，所以 n 元内涵算子就是 $\mathcal{P}(W)$ 上的 n 元运算。对任意 n 元算子 f ，可以定义邻域映射 $N_f: W \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}(W)^n)$ ，

$$N_f(w) = \{\langle S_1 \cdot \dots \cdot S_n \rangle : w \in f(S_1 \cdot \dots \cdot S_n)\}。$$

反过来，对任意映射 $N_f: W \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}(W)^n)$ ，可定义 $\mathcal{P}(W)$ 上的 n 元算子：

$$f: \mathcal{P}(W)^n \rightarrow \mathcal{P}(W) \quad f(S_1 \cdot \dots \cdot S_n) = \{w \in W : \langle S_1 \cdot \dots \cdot S_n \rangle \in N_f(w)\}。$$

定义 1.2 框架 \mathcal{L} 的框架是一个三元组 $F = \langle W, C_C, N_F \rangle$ ，满足：

- (1) W 是非空的可能世界集；
- (2) $C_C = \{C_a : a \in \mathbf{C}\}$ ， $N_F = \{N_f : f \in \mathbf{F}\}$ ；
- (3) 对任意 $a \in \mathbf{C}$ ， $C_a \subset W$ ；
- (4) 对任意 $f^n \in \mathbf{F}$ ， N_{f^n} 是 W 的 n 元邻域映射。 □

F 上的赋值是一个函数 $V: \mathbf{P} \rightarrow \mathcal{P}(W)$ ，给每个命题变项指派 W 的一个子集。我们可以将 V 的定义域推广为 \mathcal{L} ：

- (1) $\varphi \in \mathbf{P}$ ， $V(\varphi)$ 已定义；
- (2) $\varphi \in \mathbf{C}$ ，令 $V(\varphi) = C_\varphi$ ；
- (3) $\varphi = f\alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n$ ，令 $V(\varphi) = \{w \in W : \langle \alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n \rangle \in N_f(w)\}。$

有了上述赋值定义，就很容易给出 \mathcal{L} 的语义：

定义 1.3 \mathcal{L} 语义 对任意框架 F ，任意 $\varphi \in \mathcal{L}$ ，
 $F \models \varphi$ iff. 对 F 上的任意赋值 V ， $V(\varphi) = W$ 。 □

以经典命题逻辑为例， $\top, \perp, \neg, \vee, \wedge, \rightarrow$ 的解释如下：

$$C_\top = W,$$

$$C_\perp = \emptyset;$$

对任意 $w \in W$ ，

$$N_\neg(w) = \{S : S \subset W \text{ 且 } w \notin S\},$$

$$N_\vee(w) = \{\langle S, T \rangle : w \in S \text{ 或 } w \in T\},$$

$$N_\wedge(w) = \{\langle S, T \rangle : w \in S \text{ 且 } w \in T\},$$

$$N_\rightarrow(w) = \{\langle S, T \rangle : w \notin S \text{ 或 } w \in T\}。$$

于是对任意公式 φ, ψ ，

$$V(\neg\varphi) = \overline{V(\varphi)},$$

$$\begin{aligned}
V(\varphi \vee \psi) &= V(\varphi) \cup V(\psi), \\
V(\varphi \wedge \psi) &= V(\varphi) \cap V(\psi), \\
V(\varphi \rightarrow \psi) &= \overline{V(\varphi)} \cup V(\psi).
\end{aligned}$$

邻域语义学的其它例子，以及其它逻辑在邻域语义学中的解释可以参考[1], [5], [6]及各种相关文献。

2 肯定与否定

经典命题逻辑中的否定算子 \neg 是很强的一种否定。它要求很多性质（如逆否律、德摩根律、矛盾律、排中律、双重否定律等），其中一些在特定情形下并不适当，并因此被某些非经典逻辑所拒斥。事实上，根据直观，我们似乎可以找出一条作为“否定之底限”的标准，满足该标准的算子方可被称为“否定算子”。这样在该标准的基础之上，就可以讨论具备各种不同性质的否定。

肯定与否定是相互对立的概念，对否定的讨论往往是从肯定开始的。因此本文在适当的情况下会将肯定纳入讨论的范围，以便能够更好地看清否定的性质。

一般认为，越真的命题越可以被肯定，反过来，越假的命题越可以被否定。这似乎就分别是直观中界定“肯定”与“否定”的标准。对任意框架 $F = \langle W, C_C, N_F \rangle$ ，任意一元算子 $O \in F$ ，该标准可以表示为单调性与反单调性：

定义 2.1 单调性 对任意 $x \in W$ ，任意 $A, B \subset W$ ，如果满足：

$$\text{若 } A \in N_O(x) \text{ 且 } A \subset B, \text{ 则 } B \in N_O(x),$$

则称算子 O 在框架 F 上是单调的。 □

定义 2.2 反单调性 对任意 $x \in W$ ，任意 $A, B \subset W$ ，如果满足：

$$\text{若 } A \in N_O(x) \text{ 且 } A \supset B, \text{ 则 } B \in N_O(x),$$

则称算子 O 在框架 F 上是反单调的。 □

于是按照之前的设想，便可将“肯定算子”与“否定算子”定义如下：

定义 2.3 肯定算子 在任意框架上都具有单调性的算子，称为肯定算子。 □

定义 2.4 否定算子 在任意框架上都具有反单调性的算子，称为否定算子。 □

由上节的例子易见经典命题逻辑的否定算子 \neg 满足这里对否定算子的定义。事实上可以验证，否定算子的上述定义符合常见的各种逻辑^[4]。此外我们还知道，模态算子 \Box 和 \Diamond 是肯定算子^[2]， $\neg\Box$ 和 $\neg\Diamond$ 是肯定算子。

在具备完全性的逻辑系统中，对于 $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ 使得 $V(\alpha) = A$ 且 $V(\beta) = B$ ，有 $A \subset B$ 当且仅当 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ ^[3]。所以单调性和反单调性分别对应于规则：

$$(A) \vdash \alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \vdash O\alpha \rightarrow O\beta,$$

$$(B) \vdash \alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \vdash O\beta \rightarrow O\alpha.$$

其中规则(B)一般称为逆否律，由此引出了我们的一个基本观点：逆否律是否定的刻画规律。

满足逆否律的算子都是否定算子，而如果再加上其它的条件，那么便可以得到更强的否定。使用邻域语义学来审视这些条件，于是也就成为一件有意义的事情。

3 否定的单纯性与德摩根律

前面已经提到，在反单调性的基础上，否定还可以具备其它的性质，由此便可以得到各种不同的否定。从现在开始，我们以 \sim 来代表各种否定算子，以区别于经典命题逻辑的否定算子 \neg 。不同的否定虽然一般由不同的逻辑系统进行刻画，但也有同一系统刻画不同否定的例子（比如 Galois 否定使用一对否定算子 $(\neg, -)$ ）。因此有理由以某个性质来表示系统中只有一种否定这一特征。

我们称这个性质为“单纯性”，它可以很直观地表示为：

“ $\sim A$ ”和“ $\sim B$ ”中的“ \sim ”是同一个。

为了更清晰地定义算子的单纯性，这里引入“无关”^[2]的概念：

对任意 $x \in W$ ，任意 $A, C \subseteq W$ ，如果 O 是一个肯定算子，则

C 与“ A 具有性质 $N_O(x)$ ”无关 $\text{iff. } A \in N_O(x) \Rightarrow A \setminus C \in N_O(x)$ 。

如 O 是一个否定算子，则

C 与“ A 具有性质 $N_O(x)$ ”无关 $\text{iff. } A \in N_O(x) \Rightarrow A \cup C \in N_O(x)$ 。

在算子 O 已明确的情形下，可直接以“ C 与 A 无关”进行叙述。

于是肯定或否定算子的单纯性可以表述为：

- (a) 如果 A 与 B 皆有某性质，则与 A 无关的公式也与 B 无关；
- (b) 如果 A 与 B 皆无某性质，则与 A 无关的公式也与 B 无关。

例如，

小王、小张国学渊博。小王精通经史子集，而小张刚好读通诸子百家。现在如果小王发现自己其实并非真正懂了荀韩，但却不影响其国学渊博之称谓的话，那么可以认为如果小张不懂荀韩，也仍然不会影响其评价。

上例是性质“国学渊博”单纯性(a)的表现，其中“懂荀韩”可被认为与具有该性质无关。当然如果有人否定上例的正确性（该例也确非很好的一个例子），那么我们就说性质“国学渊博”不具有单纯性(a)。

读者可以将“国学渊博”替换为“不学无术”，来体会否定单纯性的直观含义。

否定算子 \sim 的单纯性在邻域语义学中表达为：对任意 $x \in W$ ，任意 $A, B, C \subseteq W$ ，

(*) 如果 $A \in N_{\sim}(x)$ ， $B \in N_{\sim}(x)$ ，且 $A \cup C \in N_{\sim}(x)$ ，则 $B \cup C \in N_{\sim}(x)$ ；

(†) 如果 $A \notin N_{\sim}(x)$ ， $B \notin N_{\sim}(x)$ ，且 $A \setminus C \notin N_{\sim}(x)$ ，则 $B \setminus C \notin N_{\sim}(x)$ 。

将上述表达进一步简化，可定义否定的单纯性如下：

定义 3.1 否定的单纯性 对任意 $x \in W$ ，任意 $A, B \subseteq W$ ，

(1) 如果 $A \in N_{\sim}(x)$ 且 $B \in N_{\sim}(x)$ ，则 $A \cup B \in N_{\sim}(x)$ ；

(2) 如果 $A \cap B \in N_{\sim}(x)$ ，则 $A \in N_{\sim}(x)$ 或 $B \in N_{\sim}(x)$ 。 □

证明(1)、(2)分别与(*)、(†)等价：

(*) \Rightarrow (1) 取 C 为 A 。

(1) \Rightarrow (*) 假设 $A \in N_{\sim}(x)$ ， $B \in N_{\sim}(x)$ ，且 $A \cup C \in N_{\sim}(x)$ ，则由(1)得 $B \cup A \cup C \in N_{\sim}(x)$ 。因为 $B \cup C \subseteq B \cup A \cup C$ ，由反单调性得 $B \cup C \in N_{\sim}(x)$ 。

(†) \Rightarrow (2) 假设 $A \notin N_{\sim}(x)$ ， $B \notin N_{\sim}(x)$ ，取 $C = B \setminus A$ ，则 $A \setminus C = A$ 且 $B \setminus C = A \cap B$ 。由 $A \setminus C \notin N_{\sim}(x)$ 和(†)得 $A \cap B \notin N_{\sim}(x)$ 。

(2) \Rightarrow (†) 假设 $A \notin N_{\sim}(x)$ ， $B \notin N_{\sim}(x)$ ，且 $A \setminus C \notin N_{\sim}(x)$ ，由(2)得 $(A \setminus C) \cap B \notin N_{\sim}(x)$ 。因为 $(A \setminus C) \cap B \subseteq B \setminus C$ ，由反单调性得 $B \setminus C \notin N_{\sim}(x)$ 。

易见(1)和(2)在系统中分别对应于如下两条德摩根律:

$$(C) \vdash \sim a \wedge \sim \beta \rightarrow \sim(a \vee \beta),$$

$$(D) \vdash \sim(a \wedge \beta) \rightarrow \sim a \vee \sim \beta.$$

以类似的方法同样可以证明肯定算子 O 的单纯性在系统中可以表示为如下两条定理:

$$(E) \vdash Oa \wedge O\beta \rightarrow O(a \wedge \beta),$$

$$(F) \vdash O(a \vee \beta) \rightarrow Oa \vee O\beta.$$

经典命题逻辑以及相干逻辑的否定同时具有定理(C)、(D), 因此满足否定的两条单纯性; 直觉主义否定具有定理(C), 而经典模态算子 $\neg\Diamond, \neg\Box, \Box, \Diamond$ 在逻辑系统中分别具有性质(C)、(D)、(E)、(F)。我们已经知道“单调性+定理(E)对应的肯定单纯性”是必然性的本质特征^[2], 那么“单调性+(F)对应的肯定单纯性”、“反单调性+否定单纯性(1)”和“反单调性+否定单纯性(2)”就分别是“可能性”、“不可能性”和“不必然性”的本质特征。可见直觉主义否定具有某种意义上的不可能性。

否定的单纯性对应于德摩根律(C)(D), 肯定的单纯性对应于 O 对 \wedge, \vee 分配律的某个方向。于是我们很有理由对剩下的另一半进行考察。

取否定单纯性的逆否命题: 对任意 $x \in W$, 任意 $A, B \subset W$,

$$(1') \text{ 如果 } A \cup B \in N_{\sim}(x), \text{ 则 } A \in N_{\sim}(x) \text{ 且 } B \in N_{\sim}(x);$$

$$(2') \text{ 如果 } A \in N_{\sim}(x) \text{ 或 } B \in N_{\sim}(x), \text{ 则 } A \cap B \in N_{\sim}(x).$$

不难发现, (1')、(2')与反单调性三者之间可以互推, 而(1')、(2')分别对应于如下两条德摩根律:

$$\sim(a \vee \beta) \rightarrow \sim a \wedge \sim \beta,$$

$$\sim a \vee \sim \beta \rightarrow \sim(a \wedge \beta).$$

因此反映在系统中就是逆否律与上面两条德摩根律等价。这一结论在邻域语义学适用的各种逻辑系统中得到验证。

我们还可以验证, O 对 \wedge, \vee 的另一方向的分配律:

$$O(a \wedge \beta) \rightarrow Oa \wedge O\beta,$$

$$Oa \vee O\beta \rightarrow O(a \vee \beta).$$

与单调性所代表的定理(A)之间也有类似的等价关系。

因此邻域语义学很好地说明了为何德摩根律其中两条以及两条分配律的某个方向在系统中总是成立, 而另外两条及另一个方向则不一定成立的理由。

4 证据对立与双重否定律

双重否定律是一条相当清晰而直观的定律, 然而通常的语义学往往过于粗略, 以致很难用以解释特定系统中否定联结词的“奇异”性质。比如直觉主义否定的双重否定律仅一个方向成立等等。在邻域语义学中, 我们可以通过“证据对立”对这些现象进行解释。

首先引入“否证”和“舍与”的概念:

对任意 $x \in W$, 任意 $P, Q \subset W$,

$$P \text{ 是 } Q \text{ 的否证} \text{ :iff. } x \in P \Rightarrow Q \in N_{\sim}(x);$$

$$P \text{ 是 } Q \text{ 的舍与} \text{ :iff. } Q \in N_{\sim}(x) \Rightarrow x \in P.$$

于是我们有

如果 A 真, 则 A 的否证的舍与也为真;

如果 A 的舍与的否定为真，则 A 亦真。

写得具体些，就是：

对任意 $x \in W$ ，任意 $A \subset W$ ，

(*) 如果 $x \in A$ ，那么对任意 $C \subset W$ 满足：

$$\text{存在 } B \subset W, \text{ 使得 } x \in B \Rightarrow A \in N_{\sim}(x) \text{ 且 } B \in N_{\sim}(x) \Rightarrow x \in C \quad (\text{P})$$

有 $x \in C$ ；

(†) 对任意 $C \subset W$ 满足：

$$\text{存在 } B \subset W, \text{ 使得 } A \in N_{\sim}(x) \Rightarrow x \in B \text{ 且 } x \in C \Rightarrow B \in N_{\sim}(x) \quad (\text{Q})$$

如果 $x \in C$ ，那么 $x \in A$ 。

将(*)、(†)表达为系统中的定理，分别为双重否定律：

$$(\text{G}) \vdash \alpha \rightarrow \sim \sim \alpha,$$

$$(\text{H}) \vdash \sim \sim \alpha \rightarrow \alpha.$$

(*)、(†)的叙述有点“绕”，我们尝试对其进行“解螺旋”。

定义 4.1 证据对立 对任意 $x \in W$ ，任意 $A, B \subset W$ ，

(1) 如果从 $x \in A$ 可得 $B \in N_{\sim}(x)$ ，那么从 $x \in B$ 可得 $A \in N_{\sim}(x)$ ；

(2) 如果从 $A \in N_{\sim}(x)$ 可得 $x \in B$ ，那么从 $B \in N_{\sim}(x)$ 可得 $x \in A$ 。 □

我们证明(1)、(2)分别与(*)、(†)等价：

(1) \Rightarrow (*) 对任意 $A, B \subset W$ ，由(1)结合性质(P)知 $x \in A \Rightarrow x \in C$ ，故由假设 $x \in A$ 可得 $x \in C$ 。

(*) \Rightarrow (1) 假设 $x \in B$ ，则由(*)知，如果

$$\text{存在 } D \subset W, \text{ 使得 } x \in D \Rightarrow B \in N_{\sim}(x) \text{ 且 } D \in N_{\sim}(x) \Rightarrow x \in W \setminus B \text{ 成立} \quad (\text{P}')$$

则 $x \in W \setminus B$ 。矛盾。

所以(P')不成立。并因此对任意 $D \subset W$ ， $x \in D \not\Rightarrow B \in N_{\sim}(x)$ 或 $D \in N_{\sim}(x) \not\Rightarrow x \in W \setminus B$ 。取 D 为 A ，由假设 $x \in A \Rightarrow B \in N_{\sim}(x)$ ，所以只能 $A \in N_{\sim}(x) \Rightarrow x \in W \setminus B$ 。所以 $A \in N_{\sim}(x)$ 。

(2) \Rightarrow (†) 由性质(Q)结合(2)知 $x \in C \Rightarrow x \in A$ 。故由假设 $x \in C$ 可得 $x \in A$ 。

(†) \Rightarrow (2) 假设存在 B 满足(2)的前提，则性质(Q)成立。取 C 为 W ，则由 $x \in W$ 知 $x \in A$ 。否则(2)平凡成立。

由此可见，证据对立事实上诉说了双重否定律，而另一方面证据对立的两条性质反映在逻辑系统中，是如下两条经典逆否律：

$$\vdash (\alpha \rightarrow \sim \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \sim \alpha),$$

$$\vdash (\sim \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\sim \beta \rightarrow \alpha).$$

这就印证了上述逆否律与双重否定律在邻域语义学适用的逻辑系统中等价的事实。

如果我们暂时抛弃单纯性，将证据对立建立于两个不同的否定之上，则可以衍生出如下 Galois 性质：

$$(1') \vdash (\alpha \rightarrow \sim_1 \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \sim_2 \alpha),$$

$$(2') \vdash (\alpha \rightarrow \sim_2 \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \sim_1 \alpha).$$

在反单调性的前提下，上述两条 Galois 性质分别等价于如下 Galois 双重否定律：

$$(1'') \vdash \alpha \rightarrow \sim_2 \sim_1 \alpha,$$

$$(2'') \vdash \alpha \rightarrow \sim_1 \sim_2 \alpha.$$

具备上述两条 Galois 性质的两个否定算子合称为 Galois 双联否定。表现在邻域语义学

中就是如下性质:

定义 4.2 弱证据对立 对任意 $x \in W$, 任意 $A, B \subset W$,
从 $x \in A$ 可得 $B \in N_{\sim_1}(x)$ iff. 从 $x \in B$ 可得 $A \in N_{\sim_2}(x)$. □

5 否定与假

我们对否定的讨论行进到否定与假之间的关系。很直观地, 可以有“假的都被否定”和“被否定的都假”这两种观点。于是在这里引入强否定与弱否定的概念。

定义 5.1 强否定 对任意 $x \in W$, 任意 $A \subset W$, 如果否定算子 \sim 满足性质:
从 $x \notin A$ 可得 $A \in N_{\sim}(x)$,
则称 \sim 是强否定。 □

定义 5.2 弱否定 对任意 $x \in W$, 任意 $A \subset W$, 如果否定算子 \sim 满足性质:
从 $A \in N_{\sim}(x)$ 可得 $x \notin A$,
则称 \sim 是弱否定。 □

强弱否定分别对应于系统中的如下定理:

$$\vdash \neg a \rightarrow \sim a,$$

$$\vdash \sim a \rightarrow \neg a.$$

这两条定理分别等价于排中律和矛盾律, 亦即:

$$\vdash a \vee \sim a,$$

$$\vdash \neg(a \wedge \sim a).$$

上述关系的证明无论使用邻域语义学抑或系统内的推演都不困难。此外还可以证明矛盾律等价于矛盾扩散律: $\vdash (a \rightarrow \beta) \rightarrow (a \rightarrow \sim \beta) \rightarrow (a \rightarrow \gamma)$ 。

由此可见, 排中律中的否定算子否定了一切假命题, 矛盾律中的否定算子保证了真命题不被否定。这些刚好与直觉相吻合。直觉主义逻辑的否定是一种弱否定而非强否定, 弗协调逻辑的否定则是一种强否定而非弱否定。当然这里所谓强弱否定只不过是相较于假而言, 强弱否定之间并不是一种差等关系。

类似地, 我们可以讨论“真的都被肯定”和“被肯定的都真”这两种肯定, 不过这已经超出了本文的范围。

除了上面提及的诸多问题, 我们还可以找到更多。比如将单调性与反单调性结合在一起, 似乎可以得到某种意义上的“辩证否定”, 然而对这个问题的分析会使得问题复杂许多, 这里便不再讨论了。关于否定的界限, 本文明确给出了作为底限的反单调性, 但究竟是否可以更弱, 仍然值得商榷; 至于直觉中所能接受的最强否定, 似乎也没有明确的标准。诸如此类的种种问题, 只能一一略过了。

最后声明一点, 本文对否定的讨论基于普遍适用的邻域语义学, 但仍然依赖于建立邻域语义学的主要思想 (本文第 1 节)。对这个问题的讨论可以参考 [3]。

参考文献

- [1] 刘壮虎. 邻域语义学和模型完全性. 北京大学学报, 1995 (3).
- [2] 刘壮虎. 必然性的逻辑分析. 哲学研究, 2002 (2).
- [3] 刘壮虎. 逻辑系统中的蕴涵. 逻辑今探. 中国社会科学文献出版社, 1999.
- [4] *J. M. Dunn. A comparative study of various model-theoretic treatments of negation: a history of formal negation. D. M. Gabbay and H. Wansing (eds.). What is Negation? (23-51). Kluwer Academic Publishers, 1999.*
- [5] 刘壮虎. 相干逻辑的邻域语义学. 自然辩证法研究, 1995 增刊.
- [6] 刘壮虎. 直觉主义逻辑的完全性和不完全性. 哲学研究, 1995 增刊.

Analysis of Negation with Neighborhood Semantics

Wang Yi¹ Xu Di-fei²

(1. Department of Philosophy, Peking University, Beijing 100871; 2. Department of Philosophy, Renmin University of China, Beijing 100872)

Abstract. We analyze negation with the widely applicable neighborhood semantics. Anti-monotonocity is supposed to be the very property that demanded by negation. When added other properties, such as oneness of connectives, witness-conflict or strong/weak negation property, the resulted negations can be of great difference. We've learned more about negation while dealing with these problems.

Keywords. negation, neighborhood semantics, anti-monotonocity, oneness of connectives, witness-conflict, strong negation, weak negation