概 念 结 构 理 论

刘壮虎

北京大学哲学系，liuzhh@pku.edu.cn

摘 要

本文不从概念的外延和内涵出发，而是将概念作为初始出发点，按照概念结构整体论的观点，在思想—概念—语言三者统一的基础上，建立概念结构的形式理论，讨论其基本性质及其意义，并在此基础上研究若干相关的问题。

实际中使用的推理，比我们通常说的逻辑推理要更广泛，本文建立依赖于语言的相对于主体的推理，并根据这种相对的推理建立相对的一致的概念。通过这种一致的概念，讨论不一致信念集的特征。这种推理也可以部分地用于概念的分类上，本文通过两个简单的实例来说明这种方法的应用。

词项的同义是语言学中的重要问题，按整体论的观点，比同义更一般的不可分辨性更为重要，本文给出了概念的不可分辨性的定义，并讨论其在语言中的表现。不同语言间的翻译也是语言学中的重要问题，本文在概念结构的形式理论基础上的对不同语言间的翻译进行了一些初步的讨论。

本文只是在对最简单的语言进行讨论，通过这样的讨论体现概念结构形式理论的思想、方法和研究框架。

§1 前言

一、外延和内涵

概念有外延和内涵，是概念研究中的一个教条。我认为，这个教条是错误的，至少是不准确的。

概念有不同类型的，如亚里士多德就提出了十大范畴，而在三段论中使用的只是实体范畴和性质范畴。在讨论概念的外延和内涵时，也往往集中在个体、类和性质的范围内（与实体范畴和性质范畴相当），就算有所推广，也不是所有的概念。就是在个体、类和性质的范围内，概念有外延和内涵也是存在质疑的，如不可数名词的外延、性质化归为类等问题。

对外延和内涵的形式化的研究中，大多数说的是语句的外延和内涵，如各种内涵逻辑，它们与概念的外延和内涵是完全不同。

将内涵看作可能世界到外延的函数（或者在此基础上的修改），对于处理语句的内涵确实是一种比较好的方法，但将这种方法用于处理概念的内涵和外延，却带

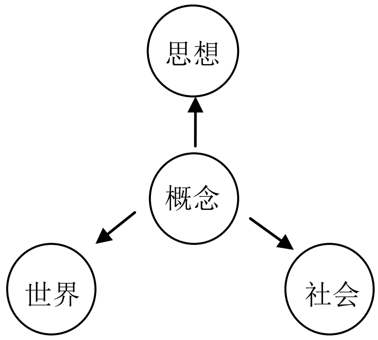
来的一系列的复杂的新的问题。

二、整体论和还原论

对概念系统的整体研究是当今研究的一种倾向。在这样的研究中，存在着整体论和还原论两种倾向。还原论是将概念系统的意义还原为单个概念的意义，而通常的整体论是说概念系统的意义不能还原为单个概念的意义。它们都承认有独立的单个概念的意义，分歧在于能不能还原。

我主张一种超越它们两者的强整体论：没有独立的单个概念的意义，单个概念的意义相对于它所在的概念系统，并且可以从概念系统的意义中引申出来。

从概念系统出发，研究它和世界（客观）、思想（主观）、社会（信息交流）的关系。



三、语言

概念是主观的还是客观的，是概念研究中争论不休的问题。我们能不能超于主客观之争？很容易想到的是第三域。按哲学的意义，第三域也是客观的，只是一种不同于物质世界的客观。确实有超于主客观的第三者，那就是语言。有人会争辩说，语言也属于第三域。实际上，第三域中的语言是作为研究对象的语言，而超于主客观的是使用意义上的语言，我们日常所说的言语就是使用意义上的语言。从认知理论的角度看，这样的语言就是主体认知客观世界的媒介。

语言在概念研究中的重要性就在于**概念存在于语言之中，并且可以用语言来表达**。

概念研究中说的语言并不是我们经常谈论的自然语言、形式语言等。它是与概念系统相对应的一种理想的局部的语言。说它是理想局部的是相对于自然语言来说的。其实反过来说更为准确。这样的语言才是一个完整的语言，而自然语言是许多完整的语言的**混杂和重叠**。

根据概念系统的特点，这样的语言在表现上不仅仅是自然语言的片段，也可以是包括符号、图表、图形等，也可以包括几个不同的自然语言的片段。

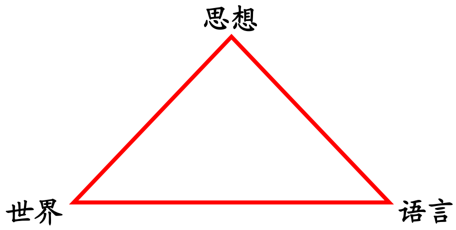
四、研究纲领：以概念为中心

任何研究都有一些基本的、初始的、不加定义的出发点。在概念的研究中，有两种不同的研究思路，一是将概念作为初始的出发点，如果概念空间理论等、一种

是将概念化归为其他的初始出发点，如果建立在可能世界基础上的各类理论，它们的初始出发点是可能世界和外延，而不是概念。以概念为中心的研究纲领采用第一种方法，以概念作为初始出发点。

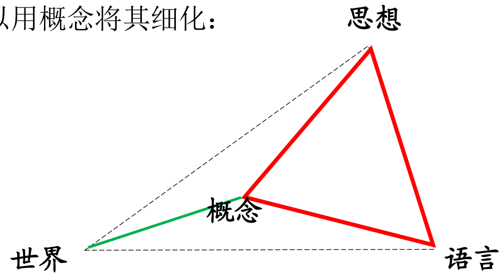
以概念为中心的研究纲领有更深层的意义，它以概念为中心将认知、语言、交流等组织在一起，形成一些有联系的相对独立的研究领域。

人们在考虑认知时，经常使用思想—世界—语言的三角形：



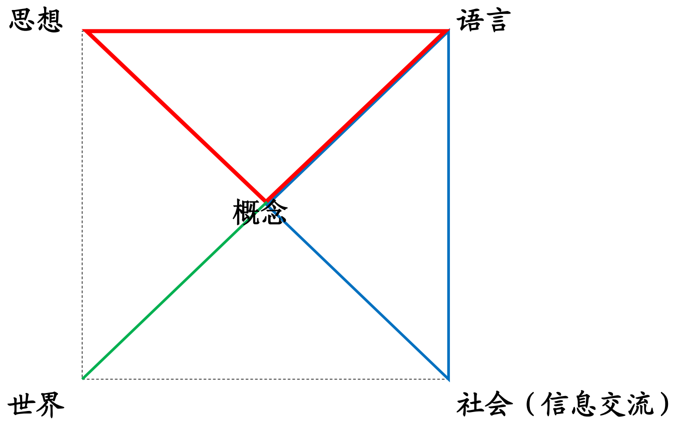
但思想和世界、语言和世界之间的关系是很不清楚的。“思想是世界的反映”（反映论）、“世界与语言同构”（维特根斯坦）等都是简单化的说法，对于深入研究没有实质性的帮助。

可以用概念将其细化：



思想和语言都是通过概念与世界建立联系的。

对于认知个体来说，思想和概念形成更多地是与多主体之间的交流有关，很少直接来源于外部世界。所以以概念为中心的研究纲领还包括多主体之间的交流（社会）。



思想—概念—语言，是整个研究的基础，本文在三者统一的基础上，用形式化的方法研究概念的结构及其相关的问题。思想、概念、语言的复杂性的程度也是同样的，本文只是在最简单的情况进行讨论，通过这样的讨论体现这种研究的思想、

方法和研究框架。

§2 概念结构语义

一、语言

一个简单语言包括两个部分：

1. 固定的常项的集合：A, E（词项联结词），¬（语句联结词）
2. 词项的有限集合 L。

不同语言的区别在于词项的集合的不同。例如：

L_1 = {动物、鸟、天鹅、乌鸦、企鹅、黑的、白的、会飞}。

L_2 = {孙悟空、林丹、会七十二变，会打羽毛球，人、猴}。

从这些词项的意义看，它们是有区别的，如性质和类、类和个体、实在和虚拟等，但在简单语言中，不刻画它们的区别。

语句共有四种类型：*SAP*、*SEP*、¬ *SAP*、¬ *SEP*，其中 $S, P\in$L。

SAP 和 *SEP* 意义分别是"*S* 是 *P*"和"*S* 不是 *P*"，但在具体语句中，不一定写成"是"和"不是"。

¬是语句否定词"并非"，在这个简单语言中，否定词只能使用一次。

例如在 L_1 中，"天鹅是白的"、"乌鸦是黑的"、"乌鸦不是天鹅"、"并非天鹅是白的"、"企鹅是鸟"、"企鹅会飞"、企鹅不会飞"、"并非企鹅会飞"等都是语句。

在 L_2 中，"孙悟空会七十二变"、"林丹会打羽毛球"、"孙悟空是猴"、"孙悟空是人"、"孙悟空不会七十二变"、"并非林丹不会打羽毛球"、"林丹不是孙悟空"、"并非孙悟空是林丹"等都是语句。

SAP、*SEP* 称为基本语句，用 *x*、*y* 等来表示，语句用α β等表示，语句集用Φ、Γ、Σ等表示。

x 和¬*x* 称为**一对矛盾**。包含矛盾的语句集称为**矛盾语句集**，简称**矛盾集**。

注意，这里所说的矛盾是纯语形的，"企鹅会飞"和"企鹅不会飞"并不是矛盾，所以{企鹅会飞、企鹅不会飞}并不是矛盾集，{企鹅会飞、并非企鹅会飞}才是矛盾集。

按某种心理学观点，基本信念只能处于三种状态之一，肯定、否定、无知。从语言和思想的对应看，基本语句对应基本信念，用基本语句本身表示相应的基本信念的肯定状态，用基本语句的否定表示相应的基本信念的否定状态，但并没有语句

去表示基本信念的无知状态。

但思想（基本信念状态的整体）可以用一个语句集Φ来表示。如果 $x \in \Phi$，x 相应的基本信念处于肯定状态，如果$\neg x \in \Phi$，x 相应的基本信念处于否定状态，如果 $x \notin \Phi$且$\neg x \notin \Phi$，则 x 相应的基本信念处于无知状态。

虽然基本信念有三种不同的状态，但我们并不一定需要某种三值的解释。

因为只能处于三种状态之一，所以**矛盾语句集不能对应于思想**。在用语言表示思想时，会有**冗余的**，所以我们没有必要要求形式化的构造都要有某种意义。

不含矛盾的语句集都能对应于思想，因为思想是基本信念状态的整体，所以我们称不含矛盾的语句集为**信念集**。

二、概念结构语义

概念的集合 D = { **s** | $S \in$L}，概念是依赖于语言的，而且是可以用词项来表示的，从语言的角度看，应该允许不同的词项对应于同一个概念。但我们的目的是为了研究概念的结构，所以使用最简单的能表示概念的语言——不同的词项对于不同的概念。

这样，给定一个语言 L 后，概念的集合就是唯一确定的。

2.1 定义　模型　D 是概念的集合，Y, N 是 D 上二元关系，M = <D, Y, N>称为语言 L 的一个模型。

2.2 定义　满足　M = <D, Y, N>是模型，α是语句，M$\models\alpha$（模型 M 满足语句α）定义如下：

(1) M$\models$ *SAP*　当且仅当　<**s**, **p**>$\in$Y，

(2) M$\models$ *SEP*　当且仅当　<**s**, **p**>$\in$N，

(3) M$\models\neg$ *SAP*　当且仅当　<**s**, **p**>$\notin$Y。

(4) M$\models\neg$ *SEP*　当且仅当　<**s**, **p**>$\notin$N。

(3)和(4)可以统一的表示为：M$\models\neg x$　当且仅当　并非 M$\models x$。

Φ是语句集，如果任给$\alpha\in\Phi$，都有 M $\models\alpha$，则称 M 满足Φ，也称 M 是Φ的模型，记为 M$\models$Φ。

2.3 定理　M = <D, Y, N>是模型，Φ是语句集，M 满足Φ的充要条件是：

(1) 如果 *SAP*$\in$Φ，则<**s**, **p**>$\in$Y，

(2) 如果 *SEP*$\in$Φ，则<**s**, **p**>$\in$N，

(3) 如果$\neg$*SAP*$\in$Φ，则<**s**, **p**>$\notin$Y。

(4) 如果$\neg$*SEP*$\in$Φ，则<**s**, **p**>$\notin$N。

其实我们可以直接用定理 2.3 作为模型满足语句集的定义，从定义模型满足公式开始，是为了以后扩充的需要。

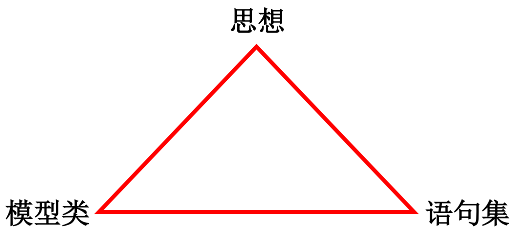
全体Φ的模型称为Φ的模型类，记为 $\mathfrak{M}(\Phi)$，即 $\mathfrak{M}(\Phi) = \{ M \mid M \models \Phi \}$。

2.4 定理 如果 $\Phi \subseteq \Phi'$，则 $\mathfrak{M}(\Phi') \subseteq \mathfrak{M}(\Phi)$。

我们具体是用多个数学结构（模型）来解释语句集的，但不要误认为语句集对应于多个概念结构，这**多个模型表示的是一个概念结构**。

实际上，我们有办法用一个数学结构来解释语句集，使用多个模型，只是为了方法上的简单、清晰，更容易研究。

我们形式化的是语言和概念，思想作为直观背景。



多个模型的方法同样会带来有冗余：**并不是任何模型类都能表示思想**。

空模型类对应于冗余的矛盾语句集。

2.5 定理 $\mathfrak{M}(\Phi) = \varnothing$，当且仅当，Φ是矛盾语句集。

但模型类比语句集有更多的冗余。我们要考虑到底什么样的模型类能与信念集对应？

2.6 定义 模型的扩充 $M = \langle D, Y, N\rangle$，$M' = \langle D, Y', N'\rangle$是 L 的两个模型，如果 $Y \subseteq Y', N \subseteq N'$，则称 M'是 M 的扩充，记为 $M \leqslant M'$。$\leqslant$是所有模型上的偏序关系。

2.7 定义 简单模型类 $M_s \leqslant M_t$，$(M_s, M_t) = \{M \mid M_s \leqslant M \leqslant M_t\}$，称为简单模型类。

与信念集相对应的是简单模型类。

2.8 定义 最小模型和最大模型 Φ是信念集，$M_s(\Phi) = \langle D, Y_s(\Phi), N_s(\Phi)\rangle$称为Φ的最小模型，其中

$$Y_s(\Phi) = \{\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle \mid SAP \in \Phi\}，N_s(\Phi) = \{\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle \mid SEP \in \Phi\}。$$

$M_t(\Phi) = \langle D, Y_t(\Phi), N_t(\Phi)\rangle$称为Φ的最大模型，其中

$$Y_t(\Phi) = \{\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle \mid \neg SAP \notin \Phi\}，N_t(\Phi) = \{\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle \mid \neg SEP \notin \Phi\}。$$

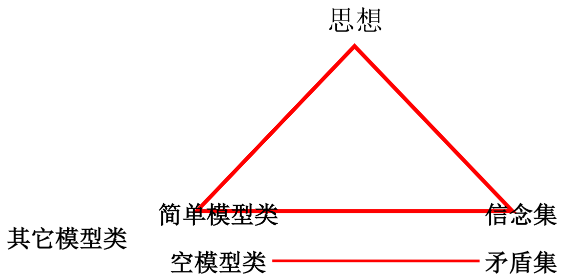
2.9 定理 Φ是信念集，则 M 是Φ的模型 当且仅当 $M_s(\Phi) \leqslant M \leqslant M_t(\Phi)$，所以$\mathfrak{M}(\Phi) = (M_s(\Phi), M_t(\Phi))$。

2.10 定理 (M_s, M_t)是简单模型类，则存在信念集Φ，使得 $\mathfrak{M}(\Phi) = (M_s, M_t)$。

令 $M_s = \langle D, Y_s, N_s \rangle$，$M_t = \langle D, Y_t, N_t \rangle$，

取$\Phi = \{ SAP \mid \langle \mathbf{s}, \mathbf{p} \rangle \in Y_s \} \cup \{ SEP \mid \langle \mathbf{s}, \mathbf{p} \rangle \in N_s \} \cup \{ \neg SAP \mid \langle \mathbf{s}, \mathbf{p} \rangle \notin Y_t \}$

$\cup \{ \neg SEP \mid \langle \mathbf{s}, \mathbf{p} \rangle \notin N_t \}$。



§ 3 推理

一、推理

3.1 定义 推理规则 Γ是有限语句集，α是语句，则Γ / α称为一个推理规则，若干个推理规则组成了一个规则集。

这里所说的推理规则的意义是主体实际中使用的规则，并不一定要满足某种逻辑的要求。

不同的主体不但可以有不同信念，也可以有不同的规则集。规则集可以看成主体对语言常项 A, E 和$\neg$的一种理解。

3.2 定义 推理封闭集 Ω是规则集，语句集Φ称为Ω-推理封闭的，如果：任给推理规则$\Gamma / \alpha \in \Omega$，都能从$\Gamma \subseteq \Phi$得到$\alpha \in \Phi$。

3.3 定义 推理扩充 Ω是规则集，Φ是语句集，令

$\Phi^I = \{\alpha \mid$ 存在推理规则$\Gamma / \alpha \in \Omega$，使得$\Gamma \subseteq \Phi\}$（$\Phi$的一步推理），

归纳定义Φ^n（称为Φ的 n 步扩充）如下：

$\Phi^0 = \Phi$，$\Phi^{n+1} = (\Phi^n)^I$

令$\Phi^\Omega = \bigcup \{\Phi^n \mid n \geq 0\}$，$\Phi$*称为$\Phi$的$\Omega$-推理闭包。

3.4 定理 Ω是规则集，Φ是语句集。

(1) Ω-推理闭包Φ^Ω是推理封闭的

(2) 如果$\Phi \subseteq \Phi'$且Φ'是Ω-推理封闭，则$\Phi^\Omega \subseteq \Phi'$。

(3) $(\Phi^\Omega)^\Omega = \Phi^\Omega$。

概念结构语义与通常的逻辑语义一个重要的区别是：**它的满足关系对推演不封闭**。推理规则对应的是模型类的改变（减少），不同的推理规则只是对应于模型类不同的改变，所以我们语义中的满足关系，可以适合于任何一种推理规则。

二、一致和不一致

3.5 定义　不一致　Ω是规则集，如果语句集Φ的推理闭包Φ^Ω包含矛盾，则称语句集Φ是Ω-不一致的。如果语句集Φ不是Ω-不一致的，就称Φ是Ω-一致的。

因为Φ^Ω包含矛盾 当且仅当 $\mathfrak{M}(\Phi) = \varnothing$，所以$\Phi$是一致的 当且仅当 Φ^Ω不包含矛盾 当且仅当 $\mathfrak{M}(\Phi) \neq \varnothing$。

除了包含矛盾的不一致语句集外，其它不一致语句集是有模型的，也就是说任何不一致的信念集都是有模型的。这是概念结构语义非常有用的性质，因为只有对不一致的信念集给出一种合理的语义，我们才能使用语义学方法去处理不一致的信念集。

3.6 定义　不变模型　Ω是规则集，M 是模型。如果

任给推理规则$\Gamma / \alpha \in \Omega$，都能从 $M \models \Gamma$得到 $M \models \alpha$。

则称 M 是Ω-不变模型。

所有Ω-不变模型的集合记为 $\mathfrak{M}^\Omega$。

3.7 定理　Ω是规则集，Φ是语句集。任给Ω-不变模型 M，都有如果 $M \models \Phi$，则 $M \models \Phi^\Omega$。

因此 $\mathfrak{M}(\Phi) \cap \mathfrak{M}^\Omega \subseteq \mathfrak{M}(\Phi^\Omega)$。

3.8 定理　如果语句集Φ有Ω-不变模型，则Φ是Ω-一致的。

对于一般的规则集来说，Φ是一致的并不能得到Φ有不变模型。

3.9 定义　完备性　Ω是规则集，如果从Φ是Ω-一致的都能得到Φ有Ω-不变模型，则称Ω是完备的。

三、标准规则

3.10 定义　标准规则　以下规则组成的规则集称为标准规则，记为Λ。

A-规则：

1. $\varnothing / SAS$；

2. { SAP, PAQ } / SAQ；

2.1. { $SAP, \neg SAQ$ } / $\neg PAQ$；2.2. { $SAP, \neg QAS$ } / $\neg QAP$。

E-规则

3. { SEP } / PES；

3.1. { $\neg SEP$ } / $\neg PES$。

混合规则

4. { SAP } / $\neg SEP$；

4.1. { SEP } / $\neg SAP$；

5. { SAP, PEQ } / SEQ；

5.1. { $SAP, \neg SEQ$ } / $\neg PEQ$；5.2. { $SEP, \neg QEP$ } / $\neg QAS$。

标准规则是由三段论理论得到，本质上只有 5 条，另外的可以看成经过某种（经过假言易位）的变形。

对于标准规则，不变模型有很好的刻画。

3.11 定理 模型 M 是标准规则下的不变模型 当且仅当 M 满足以下性质：

(1) Y 是自返和传递的，N 是对称的。

(2) 任给 $s, p \in D$，$\langle s, p\rangle \notin Y$ 或 $\langle s, p\rangle \notin N$。

(3) 任给 $s, p, q \in D$，如果 $\langle s, p\rangle \in Y$ 且 $\langle p, q\rangle \in N$，则 $\langle s, q\rangle \in N$。

Y 的自返性和传递性对应于 A-规则，N 的对称性对应于 E-规则，(2)和(3)对应于混合规则。

有了标准规则下的不变模型的刻画，我们就能够证明标准规则是完备的。

3.12 引理 如果语句集Φ的最小模型 $M_s(\Phi)$不是Λ-不变模型，则 $M_s(\Phi)$不是Φ^Λ的模型。

3.13 引理 如果语句集Φ没有Λ-不变模型，则Φ^Λ没有模型。

3.14 定理 标准规则Ω^Λ是完备的。

详细证明略

四、概念的特征

概念有不同的类别，概念的类别是由概念的特征确定的。一般地说，概念的特征要涉及外部世界或信息交流，但在思想—概念—语言的框架内，用推理规则也能讨论一些概念的特征。

仔细分析推理规则，能够发现有些推理规则是对所有概念都适用的，可以称为普遍的规则，如标准规则中每个规则都是普遍的。给定一组普遍的规则后，那些对于某些概念的非普遍的规则就可以认为确定了这些概念的一种特征。

以下考虑在标准规则下的两个重要的特征：一个概念是否是单称的？两个概念是否是排斥的？

本来这两个特征都来源于外部世界，但我们可以在思想—概念—语言的框架内对它们进行部分刻画。

3.17 定义　单称概念　如果一个概念 S 满足以下规则：

任给概念 P，都有$\{ \neg SAP \} / SEP$，$\{ \neg SAP \} / SEP$，

则称 S 是单称的。

3.18 定义　互斥概念　如果两个个概念 P 和 Q 满足以下规则：

任给概念 S，都有$\{ SAP \} / \neg SAQ$，$\{ SAQ \} / \neg SAP$，

则称 P 和 Q 是互斥的。

如果一组概念 $P1,\cdots,Pn$ 两两互斥，则称这组概念是互斥的。

§4　不可分辨性　翻译

一、同态与同构

L_1 和 L_2 是两个语言，D_1 和 D_2 是相应的两个概念的集合，f 是 L_1 到 L_2 的映射，因为语言与概念的对应，f 也可以看成 D_1 到 D_2 的映射（如果 $f(\mathrm{S}) = \mathrm{S}'$，则 $f(\mathbf{s}) = \mathbf{s}'$）。

4.1 定义　解释　L_1 和 L_2 是两个语言，f 是 L_1 到 L_2 的映射。f 可以扩充为 L_1 的语句集到 L_2 的语句集的映射：

$f(SAP) = f(S)\mathrm{A}f(P)$，$f(SEP) = f(S)\mathrm{E}f(P)$，

$f(\neg SAP) = \neg f(S)\mathrm{A}f(P)$，$f(\neg SEP) = \neg f(S)\mathrm{E}f(P)$。

α是 L_1 公式，$f(\alpha)$称为α在 L_2 中的一个解释，Φ是 L_1 语句集，$f[\Phi] = \{ f(\alpha) \mid \alpha\in\Phi\}$称为$\Phi$在 L_2 中的一个解释。

4.2 定义　同态　L_1 和 L_2 是两个语言，$M_1 = \langle D_1, Y_1, N_1\rangle$和 $M_2 = \langle D_2, Y_2, N_2\rangle$分别是它们的模型，$f$ 是 L_1 到 L_2 的映射，如果 f 满足：任给 $\mathbf{s}, \mathbf{p}\in D_1$，都有

$\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle\in Y_1$ 当且仅当 $\langle f(\mathbf{s}), f(\mathbf{p})\rangle\in Y_2$，

$\langle \mathbf{s}, \mathbf{p}\rangle\in N_1$ 当且仅当 $\langle f(\mathbf{s}), f(\mathbf{p})\rangle\in N_2$

则称 f 是 M_1 到 M_2 的同态。

4.3 定理　同态的传递性　L_1、L_2 和 L_3 是三个语言，M_1、M_2 和 M_3 分别是它们的模型，如果 f 是 M_1 到 M_2 的同态，g 是 M_2 到 M_3 的同态，则 $g\circ f$ 是 M_1 到 M_3 的同态。

4.4 定义　简单模型类的同态　(M_{1s}, M_{1t})、(M_{2s}, M_{2t})分别是语言 L_1 和 L_2 的简单模型类。如果 f 是 M_{1s} 到 M_{2s} 的同态，也是 M_{1t} 到 M_{2t} 的同态，则称 f 是(M_{1s}, M_{1t})

到(M_{2s}, M_{2t})的同态。

4.5 定理　同态和解释　f 是(M_{1s}, M_{1t})到(M_{2s}, M_{2t})的同态，Φ是语句集。如果$\mathfrak{M}(\Phi) = (M_{1s}, M_{1t})$，则 $\mathfrak{M}(f[\Phi]) = (M_{2s}, M_{2t})$。

4.6 定义　同构　L_1 和 L_2 是两个语言，M_1 和 M_2 分别是它们的模型，f 是 M_1 到 M_2 的同态，如果 f 是 L_1 到 L_2 的双射，则称 f 是 M_1 到 M_2 的同构。

如果存在 M_1 到 M_2 的同构，则称 M_1 和 M_2 同构，记为 $M_1 \cong M_2$。

4.7 定理　同构的性质

(1) $M \cong M$。

(2) 如果 $M_1 \cong M_2$，则 $M_2 \cong M_1$。

(3) 如果 $M_1 \cong M_2$ 且 $M_2 \cong M_3$，则 $M_1 \cong M_3$。

二、不可分辨性

在概念理论中，词项的同义有一种简单的处理：如果两个词项指称同一个概念，它们就是同义。对于我们的理论来说，因为不同的词项指称不同的功能，所以这样的处理是无意义的。

同义的词项一定是不可分辨的，但不可分辨的不一定是同义。实际上，对于整体主义来说，同义是没有意义的。而概念的不可分辨性才是重要的，而且只能相对于某个概念体系的。对于我们的理论来说，就是相对于模型类的。

4.8 定义　自同构　L 是语言，M 是 L 的模型，模型 M 到 M 的同构称为 M 的自同构。

4.9 定义　对换　M 是模型，**s**, **p**$\in$D，f 是 M 的自同构。如果 f 满足：

f(**s**) = **p**，f(**p**) = **s**，任给不等于 **s**, **p** 的 **q** 都有 f(**q**) = **q**，

则称 f 是 M 的 **s-p** 对换。

4.10 定理　**s**, **p**, **q**$\in$D，f 是 M 的 **s-p** 对换，g 是 M 的 **p-q** 对换，则 $f^{1}\circ g\circ f$ 是 M 的 **s-q** 对换。

4.11 定义　不可分辨性

(1) M 是模型，如果存在 M 的 **s-p** 对换，则称 **s**, **p** 在 M 中不可分辨。

(2) (M_0, M_1)是简单模型类，**s**, **p**$\in$D，如果存在 f 是 M_0 的 **s-p** 对换，也是 M_1 的 **s-p** 对换，则称 **s**, **p** 在(M_0, M_1)中不可分辨。

4.12 定理　不可分辨的性质

(1) **s**, **s** 在 M 中不可分辨。

(2) 如果 **s**, **p** 在 M 中不可分辨，则 **p**, **s** 在 M 中不可分辨。

(3) 如果 **s**, **p** 在 M 中不可分辨，**p**, **q** 在 M 中不可分辨，则 **s**, **q** 在 M 中不可分辨。

4.13 定义　互相置换　$S, P \in$L，在语句集Φ中将所有的 S 换成 P，同时将所有的 P 换成 S，得到的语句集称为 S 和 P 互相置换，记为$\Phi(S, P)$。

4.14 定理　不可分辨的语句特征　Φ是语句集，**s**, **p**$\in$D。**s**, **p** 在$(M_0(\Phi), M_1(\Phi))$中不可分辨 当且仅当 $\Phi(S, P) = \Phi$。

三、翻译

翻译表面看来是在语句间的，但实际上是两个概念体系间，语言只是概念间翻译的表现。

4.15 定义　简单模型类的同构　f 是(M_{1s}, M_{1t})到(M_{2s}, M_{2t})的同态，如果 f 是双射，则称 f 是(M_{1s}, M_{1t})到(M_{2s}, M_{2t})的同构。

4.16 定理　如果 f 是(M_{1s}, M_{1t})到(M_{2s}, M_{2t})的同构，则 f 导出(M_{1s}, M_{1t})中模型和(M_{2s}, M_{2t})中模型的一一对应，使得这对应保持模型间$\leqslant$不变，并且 f 是这对应间的同构。

4.17 定义　翻译　Φ_1 和Φ_2 分别是 L_1 和 L_2 的语句集，若 f 是$(M_s(\Phi_1),\ M_t(\Phi_1))$到$(M_s(\Phi_2),\ M_t(\Phi_2))$的同构，则称 f 是Φ_1 到Φ_2 的翻译，这时有$\Phi_2 = f[\Phi_1]$。（见定理 4.5）。

4.18 定理　如果 f 是Φ到 $f[\Phi]$的翻译，$\Phi \subseteq \Phi'$，则 f 也是Φ'到 $f[\Phi']$的翻译。（见定理 4.16）。这样的翻译可以称为**在背景Φ下的局部翻译**。

我们日常的翻译不是两个语句集的翻译，而是在背景下的局部翻译。仅仅是两个语句集之间的翻译是不够的，而是要求背景之间能建立翻译。日常使用的概念的背景是非常大的，要建立背景间的翻译几乎是不可能的，所以在日常语言中这种理想的翻译是做不到的，这或许也是“翻译不确定性”的一种解释。

这也能解释为什么学术文章翻译比较容易，因为学术文章的概念背景比较小。

本文的翻译定义是很窄的，一是只考虑语法结构相同的翻译。二是翻译是双向的。概念结构理论无法讨论语法结构不同的翻译，但有可能讨论更一般的单向翻译

的问题。

用同态刻画单向翻译是不行的，因为同态没有类似于定理 4.16 的性质，所以得不到类似定理 4.18 的结果。

§5 进一步工作

一、语言的扩充

描述逻辑的研究告诉我们，扩充语言的表达能力可以通过概念复合来实现，不用增加语句的类型，而且描述逻辑提供的复合已经非常强大了。

问题在于描述逻辑是通过它的外延解释来研究的，而我们希望直接在语言中刻画它们的性质，具体地说我们需要找出一组类似于标准规则的推演规则来刻画各种概念复合的性质。

最简单的复合是概念布尔运算，交和并是简单的，而概念的非到底是什么意思还是很不清楚的，至少描述逻辑那种用集合的补来刻画肯定是错误的。

描述逻辑中那两种量词的复合，是比较难刻画的，还没有任何思路。

有意思的也非常有用的是概念的限制，如“白”限制“马”得到“白马”，作者曾经用二阶的外延解释处理过，得到的结果可以用到概念结构理论中。

二、逻辑

对于基本语句进行命题逻辑的扩充是非常自然的，也没有任何技术上的困难。和语言的扩充不一样，命题逻辑的扩充对于刻画概念来说没有实质性的改变，但可能在形式处理上带来方法上的简单和清晰。

问题在于我们如何在思想—概念—语言的框架内给命题逻辑一种合理的解释。

三、信念的扩展和修正

信念集的修正是信念研究中的重要问题，概念结构理论可以刻画和讨论不一致的信念，所以在这个理论中可以考虑不一致信念的修正。信念集的扩展是指按照给定的规则进行推理得到的结果。

同时考虑扩展和修正的一种方法是：给出一种可以不断扩展和修正的方法。这种方法并不要求有最后的结果（实际上一般是没有最后结果的），也不要求它得到一致的信念（实际上可能一直是不一致的）。

一种简单的扩展和修正的方法要求推理规则和初始的语句都要排成一个全序。

第一步：从Φ得到它的一步扩充Φ^{I}（见定义 3.3），问题在于当Φ排序以后怎么根据推理规则排序得到Φ^{I}。

第二步：如果Φ^{I}包含一对矛盾，就去掉其中按排序在后的一个，得到Φ'。

因为Φ'是排序的，所以可以重复这两个步骤。

这个工作已经完成，知道细节刻画很繁琐。需要进一步研究的是这样的扩展和修正在模型类上的刻画，及其它的一些特征。猜想有一些有趣的结果，但需要证明。